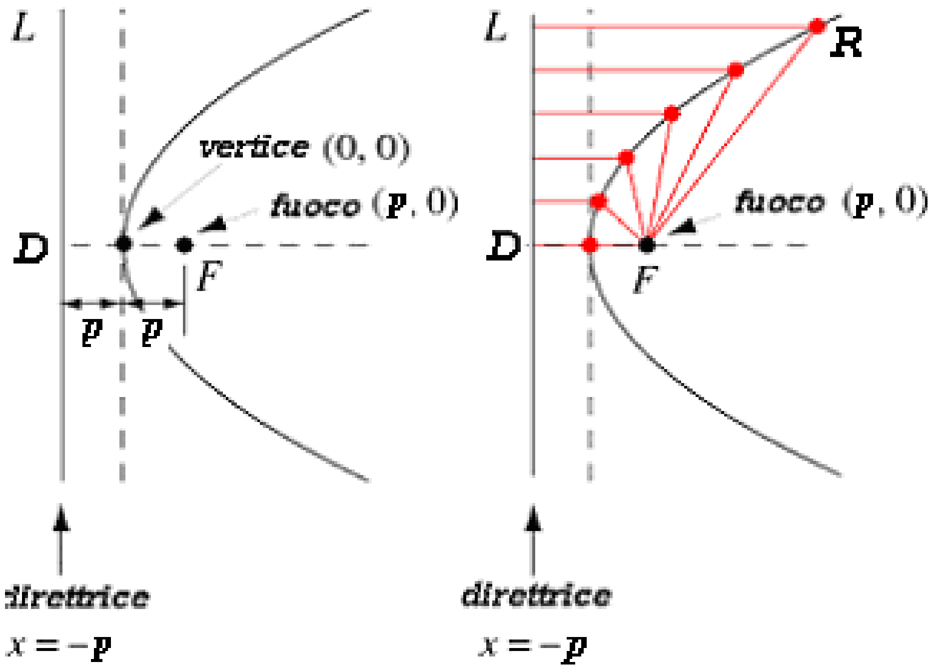
PARABOLE , CILINDRI PARABOLICI e PARABOLOIDI

Carlo Vignali I4VIL

La parabola è una curva piana, ottenuta sezionando una superficie conica con un piano parallelo alla superficie del cono stesso. Può essere definita , in un piano, come luogo dei punti equidistanti da una retta del piano detta *direttrice* e da un punto del piano detto *fuoco*.



Il rapporto delle distanze RF e RL è, in genere, indicato con con *e* (eccentricità) . Per la parabola *e* = 1 (se *e* <1 si ha una ellisse, se *e* > 1 si ha un'iperbole).

Se il vertice della parabola è preso all'origine di un sistema rettangolare di coordinate con asse x lungo DF (distanza *direttrice-fuoco*) , allora la tangente alla parabola nel vertice è l'asse y .
L'equazione di questa parabola diviene:

$$y^2 = 4\,p\,x$$

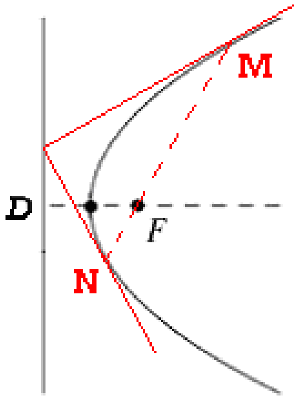
dove : $2\,p$ = distanza DF
fuoco di coordinate (p , 0)
vertice di coordinate (0, 0)

In coordinate polari (r , θ) l'equazione della parabola è :

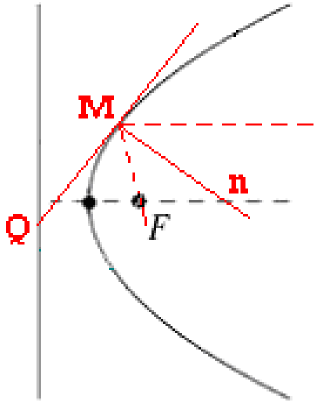
$$r = \frac{2\,p}{1 - \cos\theta}$$ (*Fuoco* nell'origine)

$$r = \frac{4\,p\cos\theta}{\operatorname{sen}^2\theta}$$ (*Vertice* nell'origine)

Alcune proprietà della parabola:



Le due tangenti alla parabola condotte da un punto qualunque della direttrice sono perpendicolari tra loro.
La linea congiungente i punti di tangenza passa per il fuoco.

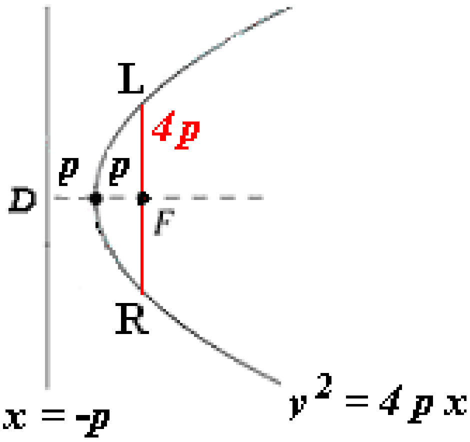


La normale n al punto di tangenza M alla parabola della retta condotta da un punto Q qualunque della direttrice, biseca l'angolo formato tra la distanza focale FM del punto M e la parallela per M all'asse della parabola.

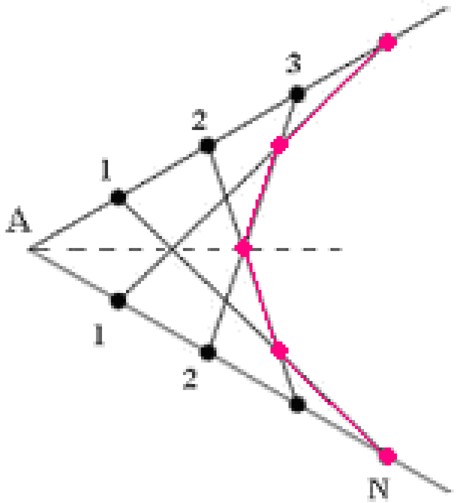
Questa proprietà fondamentale della parabola è alla base del suo impiego in ottica ed in microonde; un raggio partendo dal fuoco ed incontrando la parabola in un punto qualunque M , viene sempre riflesso in una direzione parallela all'asse della parabola.

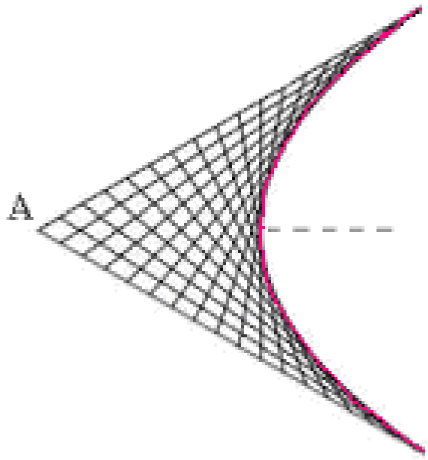
Questa proprietà della parabola è tipica delle coniche : un raggio proiettato da un fuoco viene riflesso dalla curva e passa dal suo secondo fuoco. Nella parabola il secondo fuoco è il punto infinito , sull'asse della parabola stessa.

La perpendicolare all'asse passante per il *fuoco F* interseca la parabola in due punti L e R . Il segmento LR è chiamato *latus rectum* ed è LR = *4 p* , con *p* distanza tra il *fuoco* ed il *vertice* e 2 *p* distanza *fuoco – direttrice*.



Costruzione di una parabola –

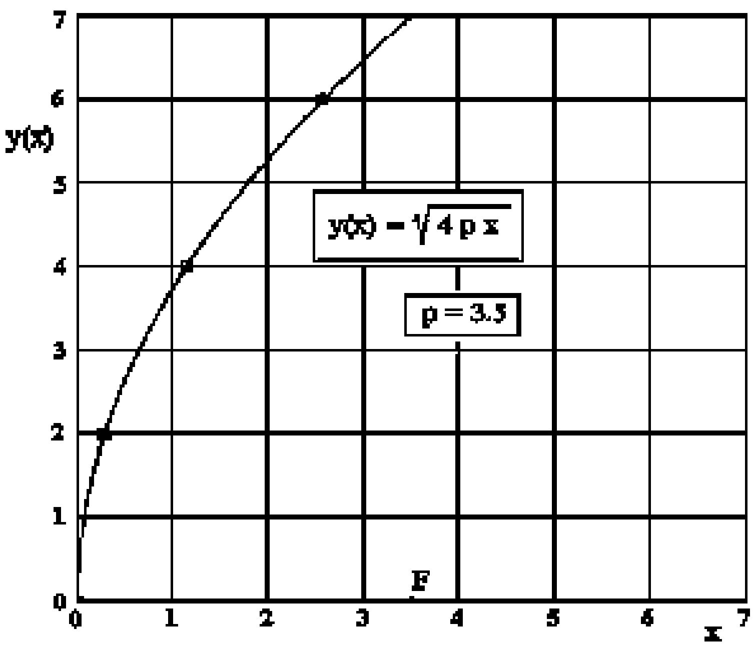




Una parabola può essere costruita nel modo seguente: consideriamo la zona di piano tra due rette che si intersecano in A . Individuiamo N punti equidistanziati sulle due semirette utili e congiungiamo il punto N di una semiretta con il punto 1 dell'altra, il punto N-2 con il punto 2 dell'altra, e così via. Il punti di incrocio tra i segmenti adiacenti (in rosso, in figura) sono punti di una parabola. L'inviluppo dei segmenti così ottenuti approssima molto bene una parabola; più densi sono i punti , migliore è la approssimazione ottenuta.

Esempio: con due rette perpendicolari con indici m =1 e –1 e con N=6 punti (di coordinate (1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6) su una semiretta e (1,-1),(2,-2),(3,-3),(4,-4),(5,-5),(6,-6) sull'altra semiretta si ottengono alcuni punti che sono fittati dalla parabola: $y = \sqrt{14\,(x-3.4286)}$

Con vertice in V (3.4286 , 0) e fuoco in F(3.4286 + 3.5, 0) .



Costruzione della parabola

$y = \sqrt{14\,(x-3.4286)}$

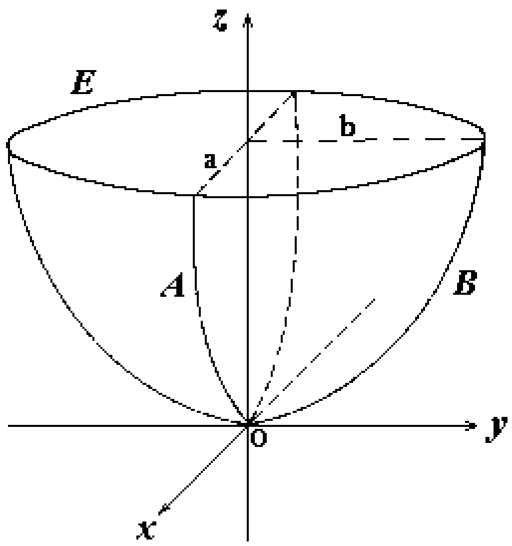
con vertice spostato sull'origine (0,0).

SUPERFICI QUADRICHE.

Una quadrica è il luogo dei punti nello spazio le cui coordinate soddisfano un'equazione di 2° grado.
Si hanno 17 classi di equivalenza di quadriche.
Le quadriche reali e non degeneri hanno per sezione - con opportuno piano - una conica reale (descritta sempre da un'equazione di 2° grado, ma nel piano).

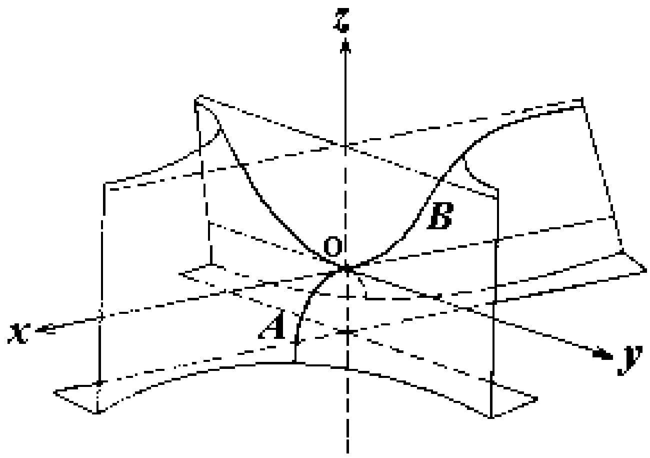
Se la sezione è un'iperbole, la superficie è un paraboloide iperbolico.
Se la sezione è un'ellisse la superficie è un paraboloide ellittico.
Se la sezione è una circonferenza , la superficie è un paraboloide circolare (o , anche, solo : paraboloide).

Se consideriamo due parabole *A* e *B* giacenti su piani perpendicolari,ma con stesso asse e stesso vertice e che si aprono nella stessa direzione, e consideriamo l'ellissi *E* che, su un piano perpendicolare ai precedenti, si muove in modo che gli estremi dei suoi semiassi a e b giacciano sulle parabole *A* e *B* , la superficie generata dalla conica *E* è quella di un paraboloide ellittico .
Se le due parabole si aprono in direzioni opposte si genera un paraboloide iperbolico .



paraboloide ellittico

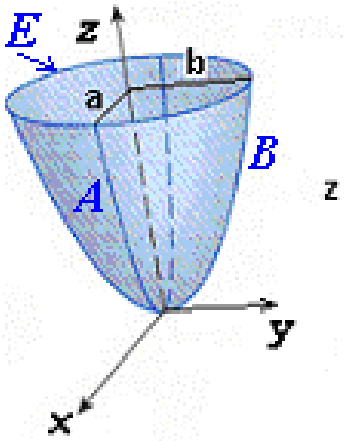
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - z = 0$$



paraboloide iperbolico

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - z = 0$$

Paraboloide ellittico –



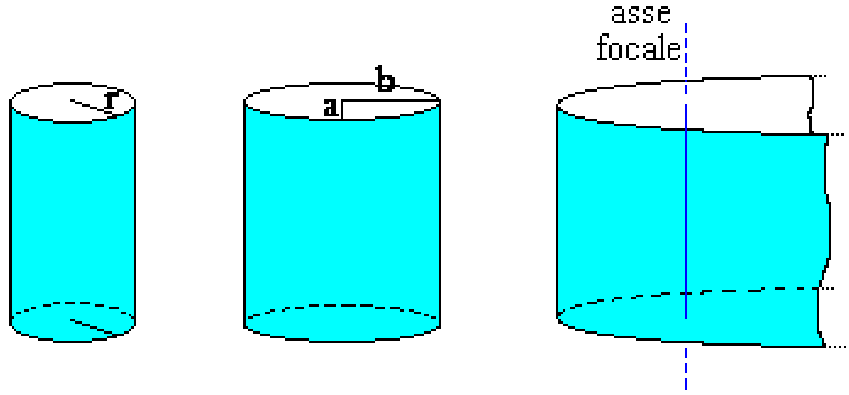
$$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

Se i due semiassi sono uguali, l'ellisse si allarga ad una circonferenza e la superficie generata quella di un paraboloide circolare (paraboloide).
Il paraboloide circolare è una superficie di rivoluzione; può, cioè, essere generato dalla rotazione di una parabola attorno al suo asse (la precedente *A*, per esempio, attorno all'asse z).
In questo caso il fuoco della parabola che ruota attorno all'asse rimane invariato di posizione e diviene il *fuoco* del paraboloide. Il secondo fuoco è all'infinito, nella direzione dell'asse del paraboloide: tutti i raggi provenienti da quella direzione si focalizzano in un punto (*fuoco*) .
L'equazione canonica di un paraboloide di rotazione (a = b) diviene:

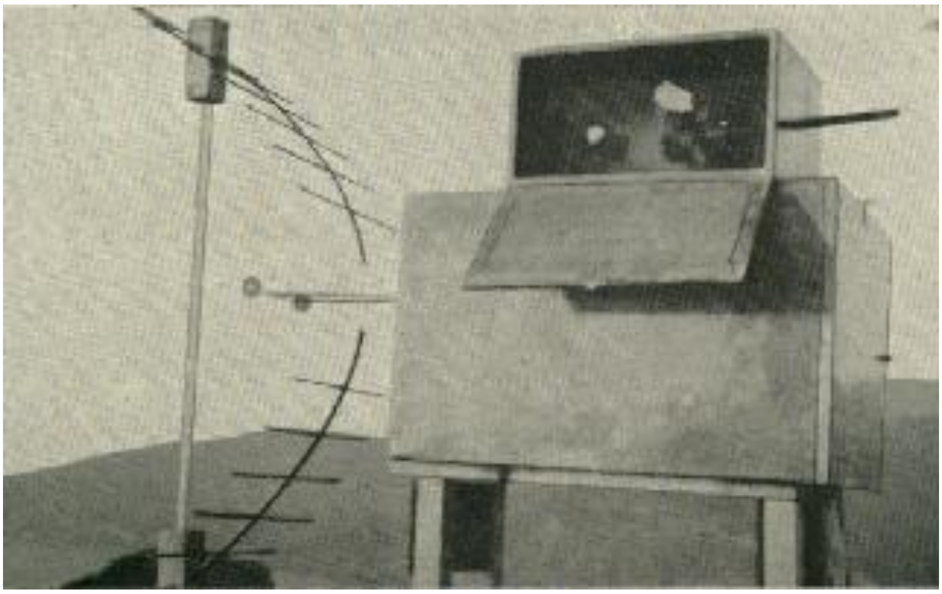
$$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2}$$

Famosa antenna a paraboloide di Arecibo, PR , assemblata all'interno di un cratere per uso in radio-astronomia. Il diametro è circa 305 m .

CILINDRI   PARABOLICI



Le superfici cilindriche sono generate muovendo la conica sul piano di base in direzione ad esso normale. Se le conica di base è una circonferenza , si genera una superficie cilindrica; se la conica di base è una ellissi, si genera un cilindro ellittico; se la conica di base è una parabola, si genera un cilindro parabolico.
Il cilindro parabolico ha la proprietà di focalizzare i raggi provenienti da una particolare direzione sull'asse focale (Nel piano normale all'asse focale, la sezione è una parabola con secondo fuoco all'infinito) .



Esempio di applicazione del cilindro parabolico come antenna; è un esempio storico e lo si deve a Marconi per i suoi esperimenti in microonde.
(L.Solari, Sui Mari e sui Continenti con le Onde Elettriche – Il trionfo di Marconi. Edit. F.lli Bocca, Milano – 1942) .

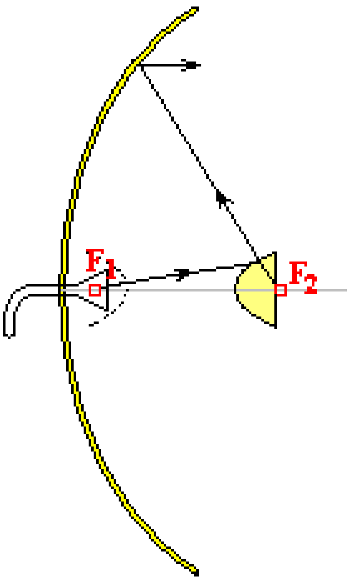
SISTEMA D'ANTENNA CASSEGRAIN

L'antenna Cassegrain è un sistema a doppio riflettore, idea molto utilizzata nei telescopi ottici, che utilizza un riflettore principale a paraboloide ed un subriflettore a iperboloide ellittico. L'idea originale la si deve all'astronomo francese Laurent Cassegrain che , attorno al 1672, lavorò al miglioramento del classico telescopio di Newton.

Il sistema Cassegrain permette una riduzione delle dimensioni assiali dell'antenna e consente un'alimentazione con accesso semplificato e molto fessibile .

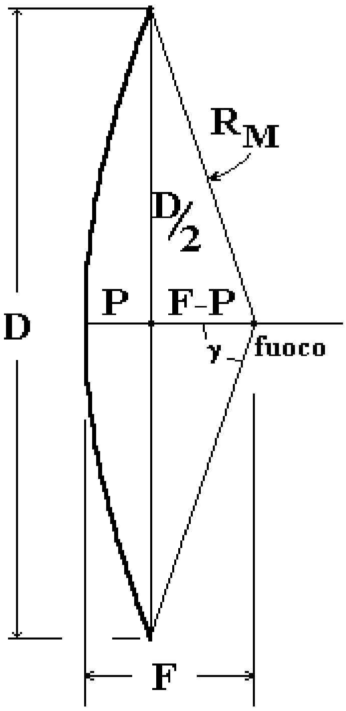
Più RTX a frequenze differenti possono essere sistemati sul retro del paraboloide e rapidamente inseriti .

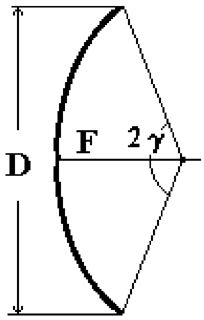
Radiotelescopio per sistema VLA del tipo a doppio riflettore . - (Jodrell Bank Observatory, U.K.).



L'alimentazione è posta in un fuoco F_1 dell'iperboloide ellittico (a due falde) che ha il secondo fuoco F_2 in comune con il fuoco principale del paraboloide (l'altro fuoco del paraboloide è all' infinito nella direzione dell'asse).

Geometria del paraboloide





D = diametro apertura

F = distanza focale

Esempio :

$D := 2$

$F := 0.75$

Freccia :

$$P := \frac{D^2}{16 \cdot F} \qquad P =$$

Distanza tra il piano della bocca ed il fuoco:

$$F - P \qquad F - P =$$

Semi-angolo di illuminazione dal fuoco, γ :

$$\gamma := \operatorname{atan}\left(\frac{\frac{D}{2}}{F - P}\right) \qquad \gamma = \ \cdot \mathrm{deg}$$

Rapporto F/D :

$$\frac{F}{D} := \frac{D}{16 \cdot P} \qquad \frac{F}{D} =$$

Distanza R_M del bordo della parabola dal fuoco:

$$R_M := \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + (F - P)^2} \qquad R_M =$$

Rapporto dei campi tra il centro ed il bordo del paraboloide, per differente cammino, in unità logaritmiche :

$$\Delta a := 20 \cdot \log\left(\frac{R_M}{F}\right) \qquad \Delta a := 20 \cdot \log\left[\frac{\frac{F}{D}}{\frac{R_M}{D}}\right] \qquad \Delta a = \qquad \mathrm{dB}$$

Parametri importanti in funzione di γ :

Freccia :

$$P := \frac{D^2}{16 \cdot \frac{\frac{D}{4} \cdot \tan(\gamma)}{-1 + \sqrt{1 + \tan(\gamma)^2}}} \qquad P = 0.333$$

Distanza R_M del bordo del paraboloide dal fuoco :

$$R_M := \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left[\frac{\frac{D}{4} \cdot \tan(\gamma)}{-1 + \sqrt{1 + \tan(\gamma)^2}} - \frac{D^2}{16 \cdot \frac{\frac{D}{4} \cdot \tan(\gamma)}{-1 + \sqrt{1 + \tan(\gamma)^2}}}\right]^2}$$

Parametri importanti in funzione di γ :

$$\gamma := 0, 0.01 .. 1.57$$

Freccia :

$$P(\gamma) := \frac{D^2}{16 \cdot \dfrac{\dfrac{D}{4} \cdot \tan(\gamma)}{-1 + \sqrt{1 + \tan(\gamma)^2}}}$$

Distanza R_M del bordo del paraboloide dal fuoco :

$$R_M(\gamma) := \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left[\frac{\dfrac{D}{4} \cdot \tan(\gamma)}{-1 + \sqrt{1 + \tan(\gamma)^2}} - \frac{D^2}{16 \cdot \dfrac{\dfrac{D}{4} \cdot \tan(\gamma)}{-1 + \sqrt{1 + \tan(\gamma)^2}}}\right]^2}$$

$$R_M(1.57) = 1$$

Distanza Focale :

$$F(\gamma) := \frac{\dfrac{D}{4} \cdot \tan(\gamma)}{-1 + \sqrt{1 + \tan(\gamma)^2}}$$

$$F(1.57) = 0.5$$

Rapporto tra le attenuazioni di percorso tra il fuoco ed a) bordo della parabola e b) centro del paraboloide, espresso in unità logaritmiche .

$$\Delta a(\gamma) := 20 \cdot \log\left(\frac{R_M(\gamma)}{F(\gamma)}\right)$$

$$\Delta a(1.57) = 6.014$$

attenuazione aggiuntiva [dB] al bordo del paraboloide rispetto al centro:

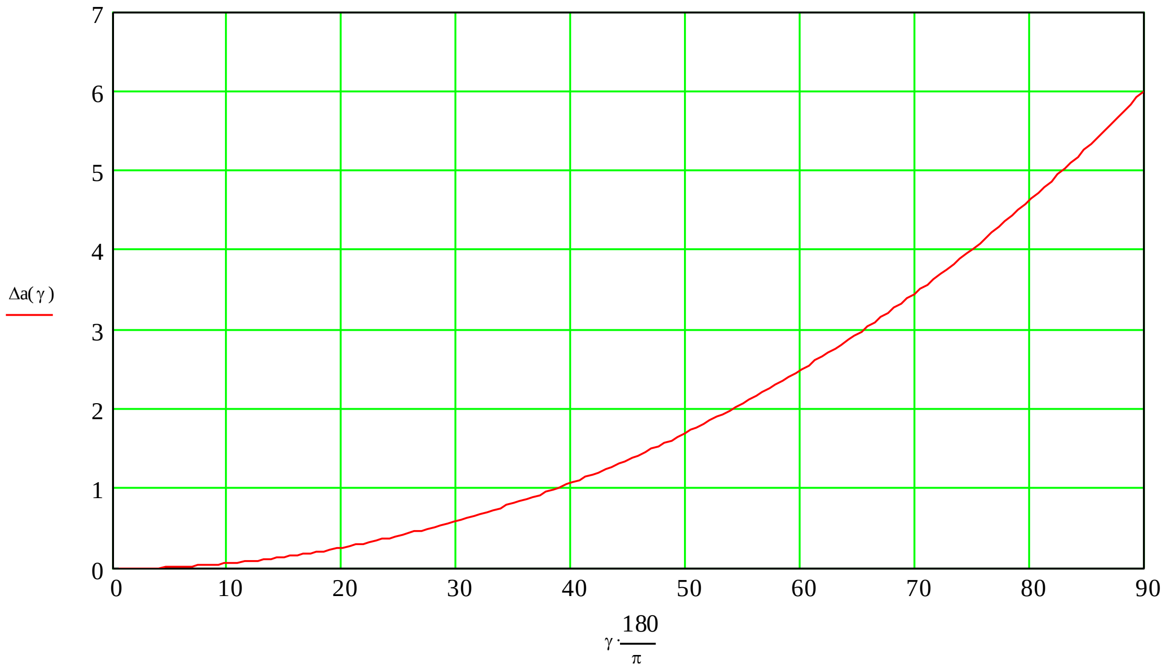


Fig. 1 - Attenuazione aggiuntiva al bordo rispetto al centro del paraboloide, in funzione dell' angolo φ (in gradi).

$$FD(\gamma) := \frac{1}{4} \cdot \frac{\tan(\gamma)}{-1 + \sqrt{1 + \tan(\gamma)^2}}$$

$$\gamma := 0, 0.01 .. 1.57$$

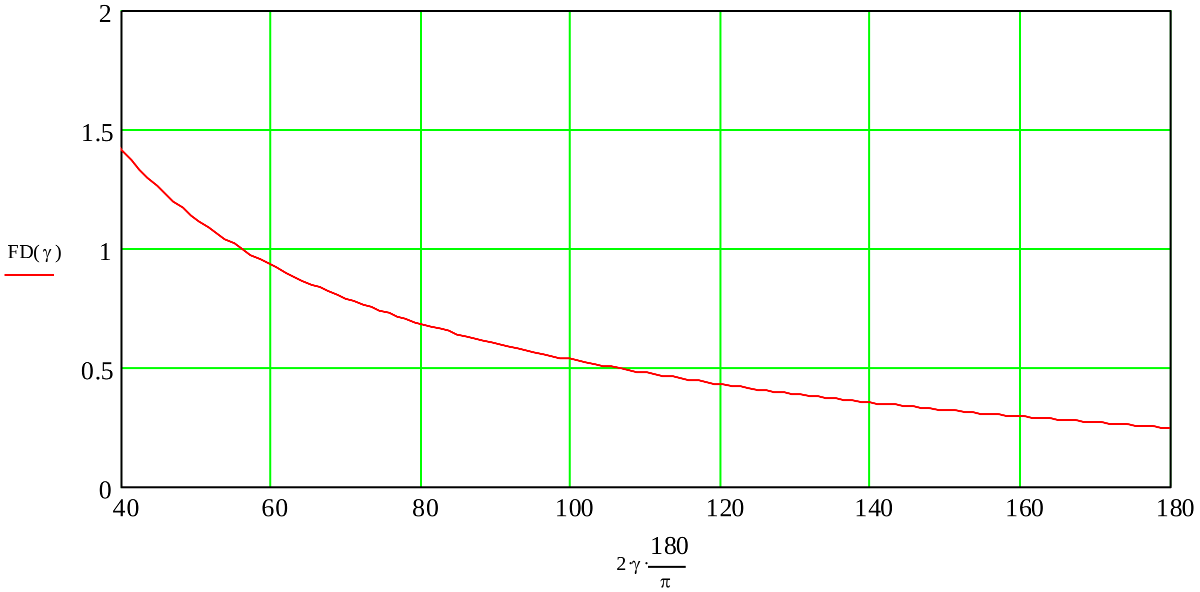


Fig. 2 - Rapporto F/D in funzione dell'angolo di illuminazione dei bordi della parabola dal fuoco (γ 2), in gradi.

L'area efficace del paraboloide rappresenta l'effettiva area di cattura ed è data dal prodotto dell'area geometrica per il rendimento η . In genere il rendimento η è dell'ordine di 0.5 .
Il rendimento η è dato dal prodotto di diversi fattori . I principali sono : a) efficienza di illuminazione , dovuta alla illuminazione non omogenea dello specchio riflettente, b) efficienza di bloccaggio (*blocking*), dovuta alle strutture di supporto che intercettano l'emissione dello specchio, c) efficienza di *spillover*, dovuta alla frazione di potenza inviata dall'illuminatore e non intercettata dallo specchio parabolico, d) efficienza di fase, dovuta alla rugosità o alla imperfetta costruzione dello specchio riflettente , e) efficienza di posizionamento , dovuta all'imperfetto posizionamento dell'illuminatore , f) efficienza di radiazione , che tiene conto del disadattamento tra linea ed antenna .

Esempio di percorso di progetto di un sistema riflettore a paraboloide :

a) scegliere il rapporto F/D in base al tipo di servizio (terrestre, satelliti, ...)
b) scegliere il diametro D in base al guadagno richiesto (Fig. 3)
c) Dal valore F/D noto, ricavare dalla figura 4 l'angolo di illuminazione γ 2 dal fuoco del paraboloide.
d) scegliere il valore di attenuazione al bordo del riflettore in base al tipo di servizio (10 - 15 dB ; standard = 10 dB).
e) Calcolare l'attenuazione aggiuntiva del percorso fuoco-bordo della parabola rispetto al percorso fuoco-centro della parabola (figura 5).
f) Calcolare l'attenuazione nella direzione del bordo della parabola che deve avere l'illuminatore (differenza in dB tra i valori ottenuti dal punto d e dal punto e) .
g) Con quest'ultimo dato, trovare il lobo di radiazione dell'illuminatore a -3 dB (dato più usuale) utilizzando il grafico approssimato di Fig. 6 .

Più dettagliatamente:

a) Il rapporto F/D normalmente utilizzabile varia da 0.3 a 0.8 in dipendenza dal tipo di applicazione e servizio.
Una parabola con rapporto F/D basso (per esempio F/D = 0.3) ha l'illuminatore molto vicino al fondo del paraboloid
L'illuminatore è "schermato" verso le sorgenti di rumore terrestre (è "dentro" il paraboloide) ed è quindi adatto per servizi via satellite. In questo tipo di applicazione, infatti, il paraboloide è rivolto verso il cielo "freddo" ed ogni radiazione ricevuta attraverso i lobi laterali che puntano verso la superficie terrestre contribuisce ad aumentare la temperatura di rumore del sistema.
E' però difficile costruire un illuminatore con un angolo di apertura grande (circa 170°) e molto critico è anche il posizionamento.
L'illuminazione dei bordi della parabola è bene sia minore dei -10 dB "standard" in modo da mantenere molto ridotto lo *spillover*, cioè la frazione di energia non intercettata dal riflettore, e anche la diffrazione del bordo del riflettore , in modo da ridurre i lobi laterali a scapito di una leggera riduzione del guadagno ottenibile. Si può accettare anche una illuminazione ai bordi di -15 dB .
Il bordo del riflettore è sempre arrotondato, proprio per ridurre la diffrazione.
Un rapporto F/D molto alto (per esempio 0.7) è adatto per collegamenti terrestri. L'illuminatore è molto lontano dal fondo della parabola, è facile da costruire dato che l'angolo di illuminazione è abbastanza picolo (circa 70°) ed è faci da ottenere una illuminazione al bordo di -10 dB. I lobi laterali che potrebbero raccogliere radiazione dalla superfici terrestre a circa 300 K non contribuiscono a peggiorare la temperatura di rumore del sistema dato che già il lobo principale è diretto verso una antenna terrestre. Si può così ottenere il massimo guadagno con una piccola presenz di lobi laterali. Interferenze con altri servizi possono essere dovute alla presenza di lobi laterali; in questo caso può essere utile ricorrere a materiale RF-assorbente posto sul bordo del paraboloide.
Questi paraboloidi con "focale lunga" presentano la grossa difficoltà di sostegno dell'illuminatore che deve essere installato molto lontano dal riflettore. E', però, più facile ottenere un'efficienza di posizionamento adeguata.
Molto usato anche il rapporto F/D = 0.38 insieme ad illuminatore di Chaparral. Questo tipo di illuminatore costituito essenzialmente dalla terminazione di una guida d'onda circolare (utile per polarizzazione lineare e circolare) circondata da un anello corrugato che può scorrere all'esterno della guida stessa. Variando la distanza dell'anello corrugato dalla terminazione della guida cambia la larghezza del lobo di radiazione senza variare la posizione del centro di fase che deve coincidere con il fuoco del paraboloide . L'intervallo di valori dell'angolo di apertura (a -10 ottenibile con questo movimento varia da circa 155° a 121° ; a questi valori corrispondono rapporti F/D =0.31 e F/ = 0.43.
Il valore F/D=0,38 rimane quindi il valore ottimale perchè è al centro dell'intervallo utile .
Dato l'ingombro notevole dell'illuminatore Chaparral , questo non viene usato con riflettori di piccolo diametro percl ciò porterebbe ad un abbassamento del rendimento globale per effetto blocking.

b) Il guadagno di un'antenna parabolica viene calcolato, normalmente, con la formula aprossimata: $G_i := \dfrac{30000}{\left(\psi_{-3\,dB}\right)^2}$
.

dove ψ_{-3dB} è l'angolo a -3 dB sul lobo di radiazione, supponendo che il lobo sia simmetrico e che non ci siano eccessivi lobi laterali (rendimento η = 0.5) .

Nella figura seguente (Fig. 3) è riportato il guadagno G_i in funzione dell'apertura (diametro D) e della frequenza.

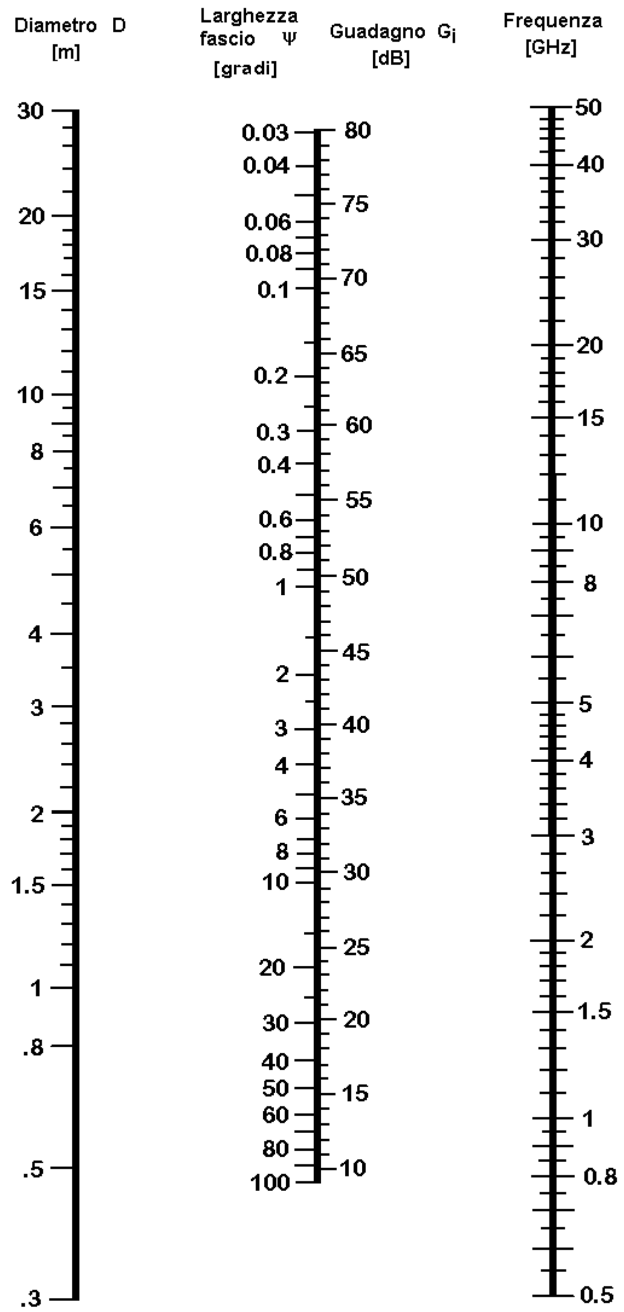
GUADAGNO DI ANTENNA A PARABOLOIDE

(fascio simmetrico, $\eta = 0.5$)

$$G_i := 10 \cdot \log\left(\eta \cdot \frac{4\cdot\pi}{300^2} \cdot f^2 \cdot \pi \cdot \frac{D^2}{4}\right)$$

η = rendimento
f = frequenza [MHz]
G_i = Guadagno [dB]

ψ = larghezza del fascio a –3 dB
D = Diametro apertura [m]



Il rendimento η = 0.5 tiene conto della efficienza di apertura, spill over, precisione meccanica, lobi secondari, non corretto posizionamento dell'illuminatore e altre perdite, per condizioni "normali".
In caso di riflettore a griglia o per frequenze molto elevate e diametri grandi , si suppone che l'imprecisione meccanica sia facilmente superiore a 1/10 di lunghezza d'onda e occorre apportare ulteriori correzioni. (vedere per es. : The ARRL UHF/Microwave Experimenter's Manual).

c) Scelto il valore di F/D in base al tipo di servizio, si può ricavare dalla figura seguente l'angolo di apertura 2γ (angolo sotto il quale si vede il bordo della parabola quando si è al Fuoco)

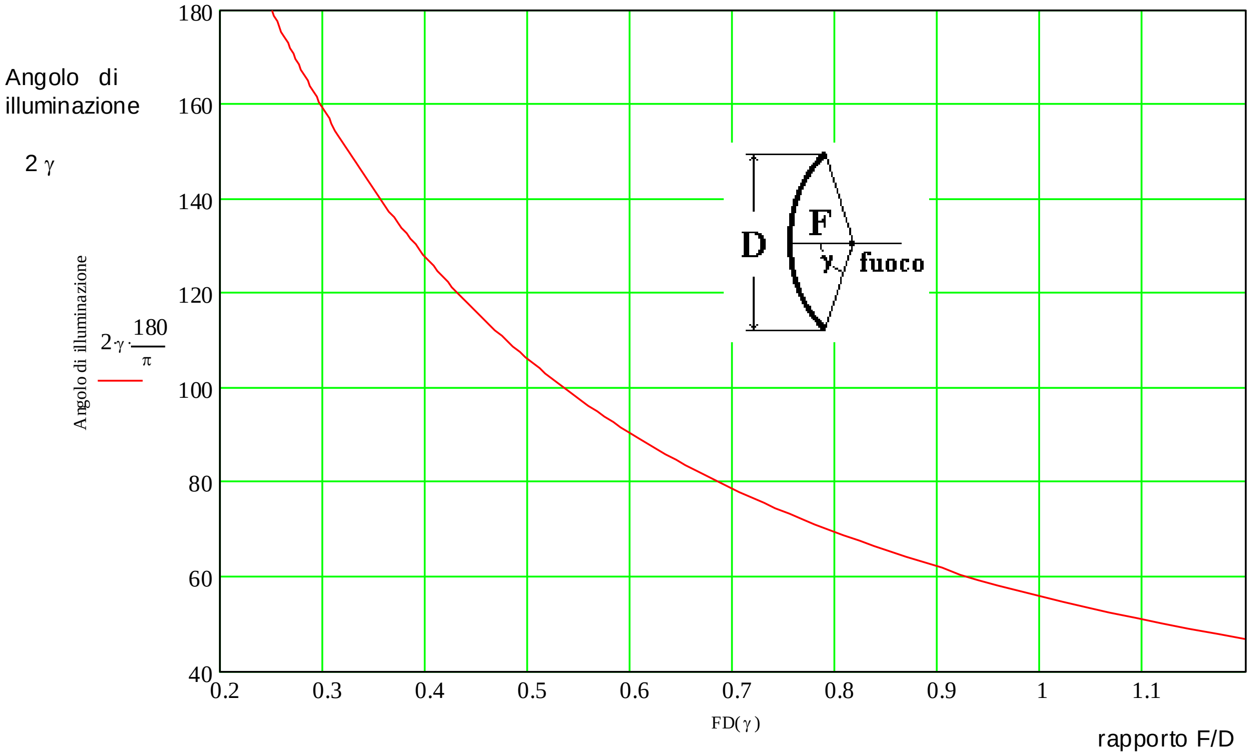


Fig. 4 - Angolo di illuminazione 2γ in funzione del rapporto F/D della parabola.

d) scegliere il valore di attenuazione al bordo del riflettore in base al tipo di servizio (10 - 15 dB ; standard = 10 dB).

e) Calcolare l'attenuazione aggiuntiva del percorso fuoco-bordo della parabola rispetto al percorso fuoco-centro della parabola (figura 5).

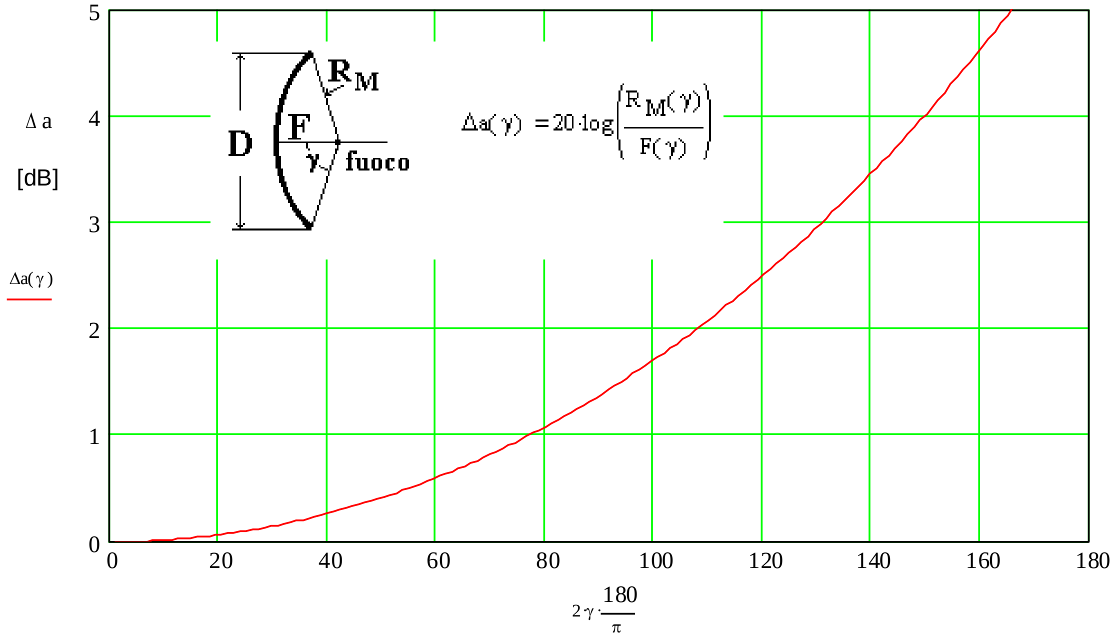


Fig. 5 - Attenuazione aggiuntiva [dB] al bordo del paraboloide rispetto al centro, in funzione dell'angolo di apertura 2γ, in gradi .

f) Calcolare l'attenuazione nella direzione del bordo della parabola che deve avere l'illuminatore (differenza in dB tr
valori ottenuti dal punto d e dal punto e.)

g) siccome è più usuale disporre della larghezza del lobo di un'antenna (illuminatore, in questo caso) a -3dB , può essere utile il diagramma seguente che mostra il pattern tipico di illuminatore per parabole (Fig. 6).

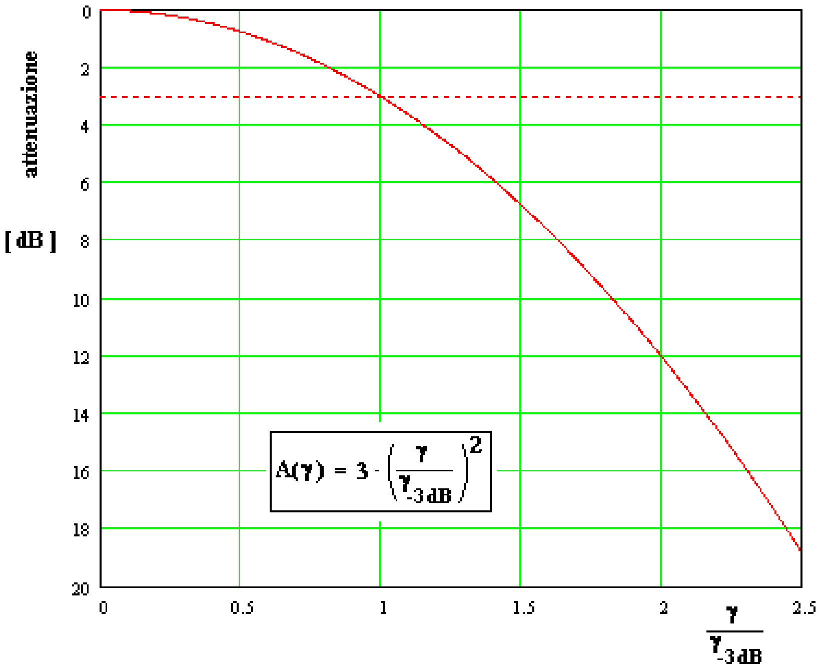


Fig. 6 - Pattern tipico di illuminatore per parabole.
E' riportata l'attenuazione in dB del lobo principale di radiazione in funzione del rapporto γ / γ_{-3dB} .

Esempio :
un illuminatore a tromba abbia un lobo di radiazione a -3dB di 80 gradi . Il semiangolo è, quindi, di 40 gradi.
Usando la fig. 6 si può osservare che a -10 dB ci si può aspettare un rapporto γ/γ_{-3dB} = 1.83 circa. Pertanto , a -10 dB, il semiangolo γ è di circa 40 1.83 = 73 gradi.
Ripetendo per l'angolo a -15 dB si trova un γ = 89.5 gradi.

Esempio :
la figura 6 è utilizzabile in prima approssimazione anche per il lobo principale della parabola, in genere molto stre
e misurabile con difficoltà.
Si sia, per esempio, osservato il lobo di radiazione d una grande parabola e si sia trovata la larghezza del fascio a -15 dB di 2 gradi. Quanto sarà l'ampiezza del fascio, ψ , a -3dB, valore più utile e più comune per comparare varie antenne?
Da fig. 6 si osserva che passando da 3dB a 15 dB il fascio si allarga di 2.24 volte circa . La larghezza del fascio a -3 dB diviene, pertanto, di 0.89 gradi (pari a 53' circa) .

Analisi di antenna a paraboloide :
Se abbiamo già a disposizione il paraboloide e dobbiamo costruire l'adatto illuminatore occorre, per prima cosa, misurare le dimensioni essenziali del paraboloide stesso. Le figure seguenti permettono , conoscendo il rappor D/P (D = Diametro , P = profondità) , di calcolare il rapporto F/D e l'angolo focale γ2

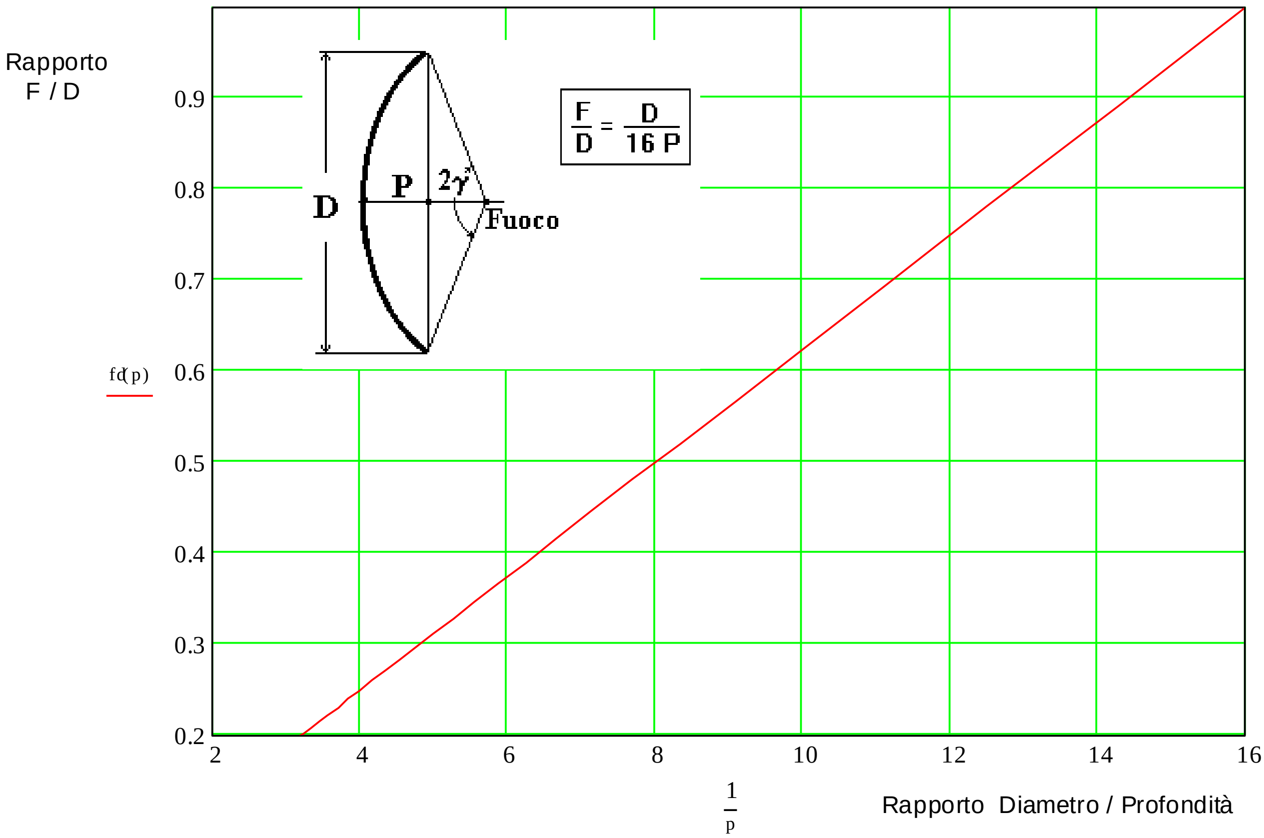


Fig. 7 - Rapporto F/D di un riflettore parabolico in funzione del rapporto D/P (D = Diametro del riflettore e P = profondità sull'asse) .

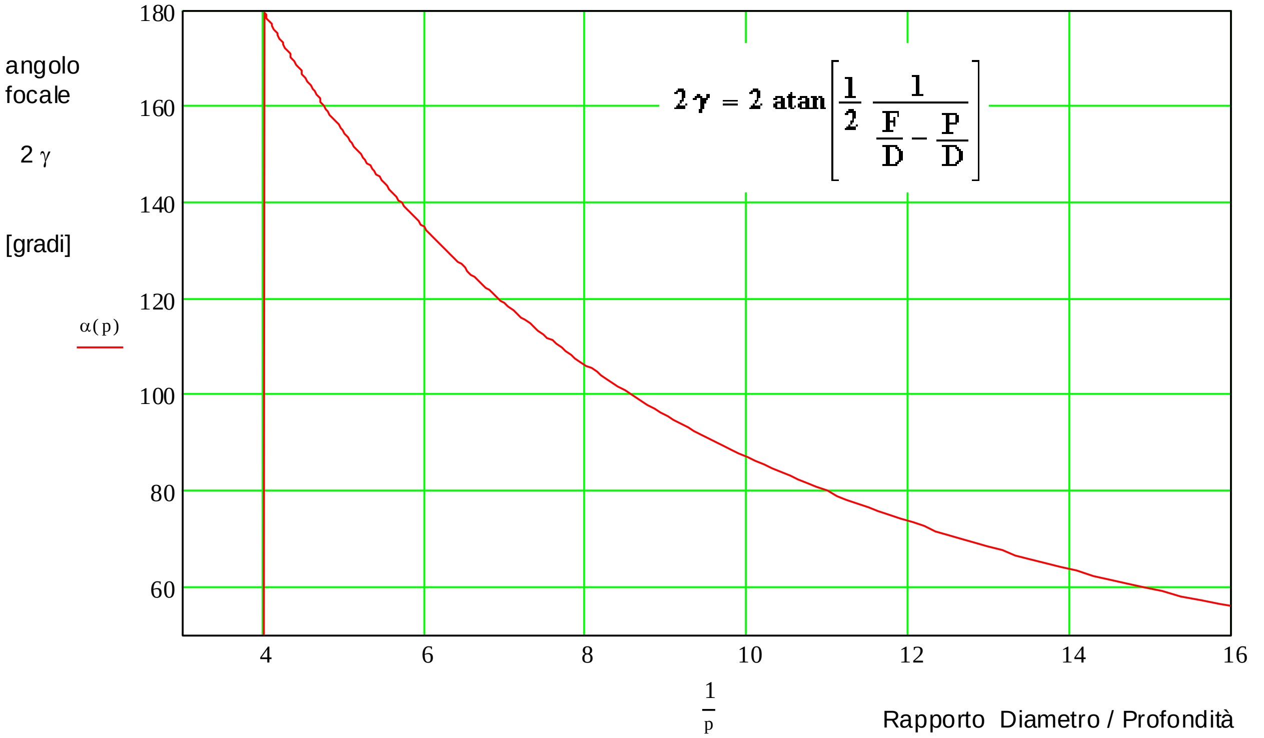


Fig. 8 - Angolo focale 2γ di un riflettore parabolico in funzione del rapporto D/P (D = Diametro del riflettore e P = profondità sull'asse) .

Esempio : si abbia a disposizione una parabola di diametro D = 2 m , da impiegare in banda 1300 MHz per collegamenti terrestri.
Si misuri la profondità P . Si abbia, per esempio : P = 0.333 m .
Il rapporto D/P è evidentemente : D/P = 6 .
Da Fig. 7 si ottiene che la parabola ha rapporto F/D = 0.375. La distanza focale è F = (F/D)*D = 0.375*2 = 0.75 m.
Da Fig. 8 si ottiene, inoltre, che l'angolo focale è : $2\gamma = 135°$.
Da queste misure si può concludere che l'antenna, con un buon illuminatore a -15 dB sui bordi, è adatta per uso satelliti-spaziale . Se usata per collegamenti terrestri, invece, potremmo scegliere di illuminarla ai bordi con -10 dB , per esempio. Scegliamo questo caso .
Da Fig. 5 otteniamo l'attenuazione addizionale ai bordi dovuta al maggiore cammino rispetto al percorso verso il centro della parabola; con i nostri dati (angolo $2\gamma = 135°$) otteniamo: $\Delta a = 3.19$ dB .
Dovremo quindi scegliere un illuminatore che nella direzione dei bordi (angolo $\gamma = 67.5°$) presenti un'attenuazione di : 10 - 3.19 = 6.8 dB circa . Il lobo dell'illuminatore deve avere, quindi, un'attenuazione di 6.8 dB ad un angolo $\gamma = 67.5°$ rispetto alla direzione del massimo.
Dato che è più comune parlare di larghezza del lobo a -3 dB, può essere utile osservare da Fig. 6 che , in questo caso, occorre un illuminatore che abbia un angolo $\gamma_{-3\ dB}$ pari a 45 gradi.
E' evidente la difficoltà di illuminare una parabola a fuoco corto ; l'illuminatore deve, infatti, avere un lobo di radiazione molto ampio, non sempre facile da ottenere.

Efficienza di posizionamento
Sistemando l'illuminatore non in asse si producono distorsioni di fase sull'*apertura* del paraboloide con conseguente riduzione del guadagno dell'antenna (perdita di efficienza di posizionamento).
Per uno stesso dissallineamento , questo effetto è molto grande per sistemi a F/D basso , mentre è molto più ridotto pe paraboloidi "piatti" , con F/D grande , ovvero con "focale lunga" .

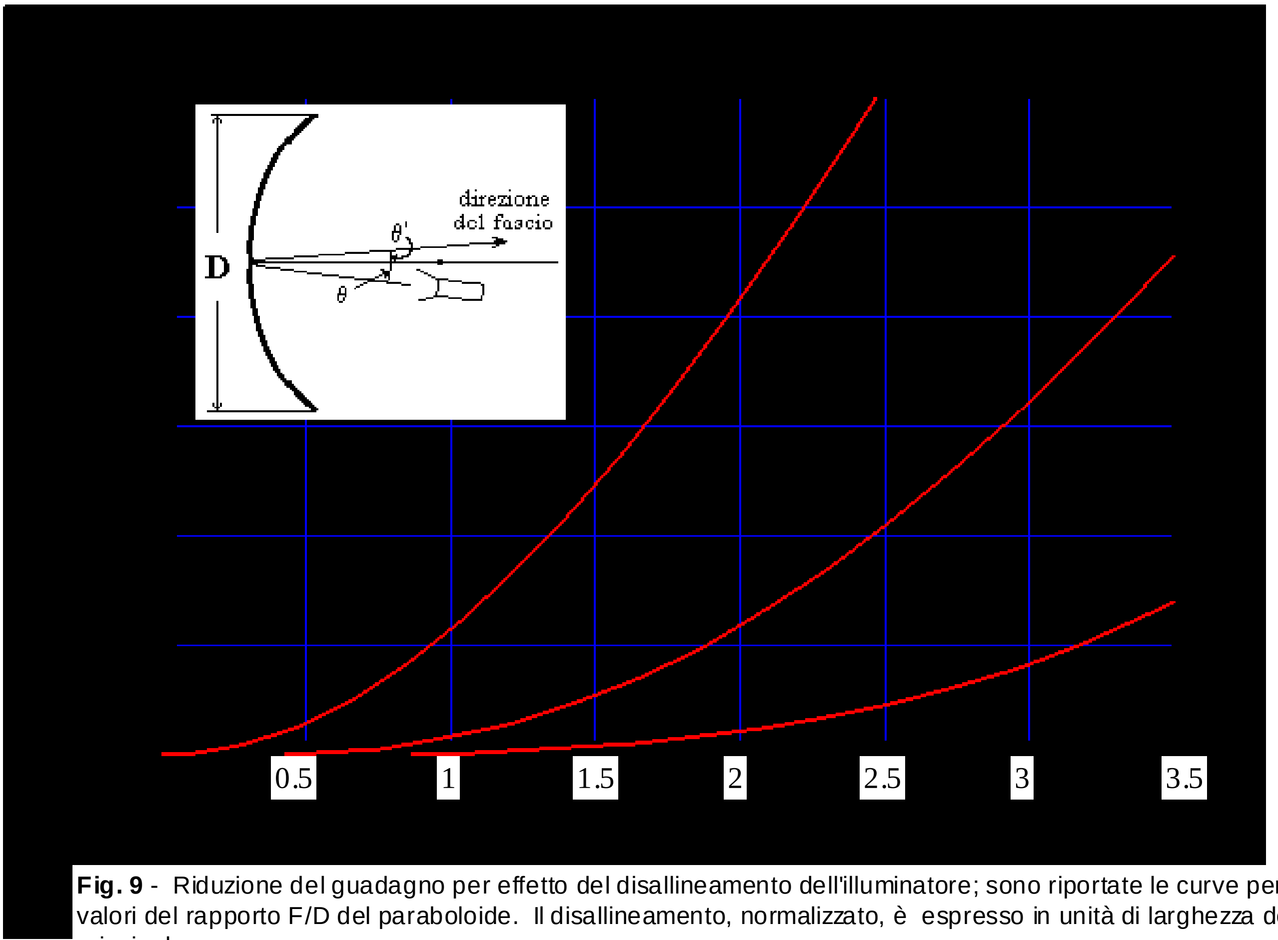


Fig. 9 - Riduzione del guadagno per effetto del disallineamento dell'illuminatore; sono riportate le curve per alcu valori del rapporto F/D del paraboloide. Il disallineamento, normalizzato, è espresso in unità di larghezza del lob principale.

Ad un disallineamento θ dell'illuminatore corrisponde una caduta del guadagno molto più pronunciata per sistemi con F/D basso. Per questi paraboloidi occorre estrema cura nel posizionamento dell'illuminatore.
Molto meno drammatico è l'inconveniente per sistemi con F/D elevato.
Se l'illuminatore non è bene allineato sull'asse si ha anche uno spostameto nella direzione del lobo principale di radiazione. Per un disallineamento θ dell'illuminatore , lo spostamento del lobo principale θ' è praticamente uguale a θ per sistemi con F/D grande, di poco inferiore (75 - 85 %) per sistemi con F/D piccolo.

Esempio: Un'antennacon rapporto F/D = 0.5 abbia guadagno G = 43 dBi alla frequenza di lavoro . Da figura 3 s ricava che la larghezza del lobo è ψ = 2° circa .
Proviamo a controllare la perdita di guadagno nell'eventualità di montaggio dell'illuminatare fuori asse con un angolo di disallineamento θ di 5 °.
Questo disallineamento, in unità di larghezza del fascio prinicipale, diviene 2.5 unità .
Da fig. 9, per tale disallineamento, si ottiene che la riduzione del guadagno è di 0.5 dB .
Se avessimo usato un altro paraboloide di stessa apertura e di stesso guadagno, ma con un rapporto F/D di 0.35 la pardita di guadagno sarebbe stata maggiore : circa 2 dB .
Sarebbe stato ancora peggio se il riflettore fosse stato un *deep dish* con rapporto F/D ancora più piccolo ; per rapporto F/D = 0.25, per esempio, la perdità di guadagno sarebbe stata di ben 6 dB .
Occorre ricordare che la direzione del fascio principale subisce una deviazione dall'asse di un angolo θ' praticamente uguale all'angolo di disallineamento θ (θ = 5°, in questo esempio) .

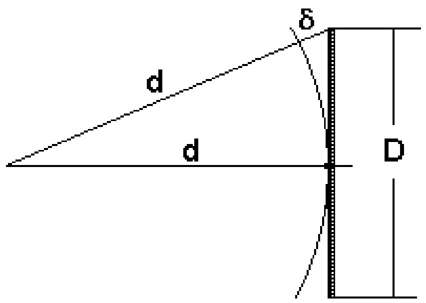
Misura del guadagno di un'antenna a paraboloide

Si può usare la formula (da cui la precedente fig. 3), di buona approssimazione, con $\eta = 0.5$:

$$G_i := 20\cdot\log(D) + 20\cdot\log(f) + 17.39$$

dove : D = diametro del disco [m]
f = frequenza di lavoro [GHz]

Una misura sul campo può essere ricondotta alla misura dell'attenuazione del segnale irradiato , conoscendo la distanza,d, tra antenna RX e TX ed il guadagno dell'antenna di misura (adattata, con minimo VSWR).
Precauzioni devono essere prese per evitare riflessioni spurie (più evidenti se d è grande); d'altra parte occorre posizionarsi sufficientemente distanti , nella regione di campo lontano, dove il pattern di radiazione diviene indipendente dalla distanza.
Si distinguono, infatti, tradizionalmente tre regioni:
-) campo vicino , o regione di campo vicino reattivo - zona più vicina all'antenna dove predominano i campi reattivi campi di radiazione.
-) zona di Fresnel , o regione di campo vicino di radiazione - zona dove cominciano a prevalere i campi di radiazion ma dove la distribuzione angolare dei campi dipende dalla distanza dall'antenna.
-) campo lontano, o regione di Fraunhofer - sono presenti i soli campi di radiazione ed il pattern è indipendente dal distanza.
Questa regione si estende dalla distanza $d = 2\,D^2/\lambda$ sino all'infinito (purchè sia $D \gg \lambda$ e $d \gg \lambda$).
Questo valore minimo della distanza d è legato alla condizione che l'osservatore veda l'apertura dell'antenna con errore di fase max. di 22.5° (ovvero $\Delta\lambda = \lambda/16$).
Infatti :



$$d^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2 = (d + \delta)^2$$

ponendo : $\delta := \frac{\lambda}{16}$ si ottiene: $d \cong 2\cdot\frac{D^2}{\lambda}$

Esempio : volendo osservare il lobo di radiazione di una antenna con la sua rotazione attorno al suo sostegno verticale a quale distanza minima dovremo installare l'antenna di misura? Sia D = 10 m e f = 2.5 GHz .
Sostituendo si ha: $d = 2\,D^2/\lambda$ = 1667 metri (quasi 2 kilometri !) .

Si osserva il lobo di radiazione facilmente nel caso si possa ruotare il sostegno dell'antenna sotto misura. L'anten ricevente, a distanza d , dovrà essere di stessa polarizzazione (diagramma co-polare).
In casi particolari, il sistema di antenna può essere utilizzato con polarizzazioni ortogonali e con due canali sulla stessa frequenza. In questo caso è molto importante che il sistema-antenna (riflettore, illuminatore e struttura portante) non alteri la polarizzazione dell'onda ricevuta o trasmessa.
Per questi casi particolari è molto utile conoscere il diagramma di radiazione cross-polare, ottenuto, cioè, con antenna di misura con polarizzazione ortogonale a quella del sistema.

Per il principio di reciprocità il diagramma di radiazione di un'antenna è lo stesso sia in trasmissione sia in ricezione.
Il guadagno di un'antenna può essere misurato , pertanto, con il metodo delle due antenne identiche , una in trasmissione e un'altra in ricezione (posizionate nella condizione di massimo guadagno) , sistemate nello spazio libero .
La distanza d tra le antenne deve essere conosciuta ; deve essere abbastanza grande in modo da ritrovarsi nella regione di Fraunhofer e , così, anche molto più grande delle dimensioni fisiche delle antenne
Secondo la formula di Friis si ha :

(1) $$\frac{P_r}{P_t} := \frac{A_r \cdot A_t}{d^2 \cdot \lambda^2}$$

dove:
P_r = potenza ricevuta [W]
P_t = potenza trasmessa [W]
A_r = apertura effettiva dell'antenna ricevente [m^2]
A_t = apertura effettiva dell'antenna trasmittente [m^2]
d = distanza tra le antenne [m]
λ = lunghezza d'onda [m]

Se le due antenne sono uguali (come in questo caso) :

(2) $$\frac{P_r}{P_t} := \frac{A^2}{d^2 \cdot \lambda^2}$$

dove : $A = A_r = A_t$

Perciò misurando il rapporto tra potenza ricevuta e potenza trasmessa si può calcolare l'area efficace di una singola antenna.
Esiste una semplice relazione tra area efficace e guadagno:

(3) $$G_o := A \cdot \frac{4 \cdot \pi}{\lambda^2}$$

dove: G_0 = guadagno rispetto ad antenna isotropa

Se si desidera conoscere il guadagno rispetto ad un dipolo $\lambda/2$ occorre dividere G_0 per 1.64 (che è il guadagno del dipolo rispetta all'antenna isotropa).
Il guadagno può essere espresso in unità logaritmiche [dB] indicando il riferimento come pedice.

ESEMPIO:
Un segnale di +10 dB_m alla frequenza di 1000 MHz (λ = 0.3 m) è irraggiato da una piccola antenna di guadagno sconosciuto . Una identica antenna è posta a 10 m di distanza . Le due antenne sono rivolte una contro l'altra (per il massimo guadagno) in condizioni di spazio libero e sono adattate (basso valore di VSWR) . Le antenne sono di modeste dimensioni (ingombro circolare di circa 30 cm di diametro per una lunghezza non superiore a 50 cm) .
La distanza tra le antenne è scelta in modo da soddisfare la condizione di “campo lontano” ; possiamo assumere come distanza d il valore: d = 10 m .
L'attenuazione del cavo in ricezione sia a = 1 dB.
L'analizzatore di spettro indica una potenza al ricevitore di -22.6 dB_m. La potenza ricevuta dall'antenna è (tolta l'attenuazione del cavo) : P_r = -21.6 dB_m .
Il segnale all'antenna ricevente è, quindi : $P_r = P_t$ -31.6 dB .
Il rapporto tra le due potenze è :

$$\frac{P_r}{P_t} = 10^{\frac{-31.6}{10}} = 0.00069$$

Usando la (2) si ottiene:

$$A = \sqrt{0.00069\,0.3^2 \cdot d^2} = 0.0788 \quad m^2$$

(area efficace di una antenna)

Per la (3) , il guadagno rispetto all'antenna isotropa è :
G_0 = 11.0 (pari a 10.4 dB_i) e, rispetto al dipolo: G_d = 6.72 (pari a 8.3 dB_d)